PART4　領域と最大・最小

例題

x，y が４つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+y \leqq 8$，$2x+3y \leqq 12$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

⑴　４つの不等式を満たす領域を D とする。D を図示せよ。

⑵　点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

Point Pickup

練習

x，y が 4 つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+3y \leqq 6$，$2x+y \leqq 7$ を満たすとき，$3x+2y$ の最大値，最小値を求めよ。

第 7 講　PART4 確認問題

1　x，y が４つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+5y \leqq 9$，$3x+2y \leqq 8$ を満たすとき，$x+2y$ の最大値，最小値を求めよ。

$x=$ ア，$y=$ イ のとき　最大値 ウ

$x=$ エ，$y=$ オ のとき　最小値 カ

PART4　領域と最大・最小

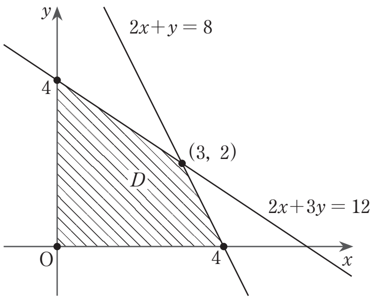
例題

x，y が４つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$2x+y \leqq 8$，$2x+3y \leqq 12$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

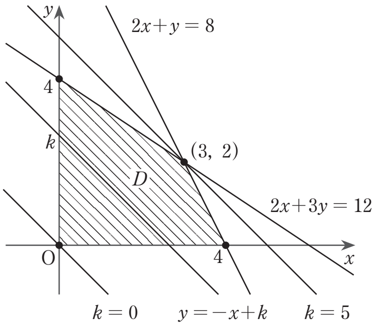
(1)　４つの不等式を満たす領域を D とする。D を図示せよ。

(2)　点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

(1)　与えられた連立不等式の表す領域 D は，
４点 $(0,\ 0)$，$(4,\ 0)$，$(3,\ 2)$，$(0,\ 4)$ を頂点とする四角形の周および内部である。
したがって，領域 D は右図斜線部分(境界線を含む)。



(2)　$x+y=k$ とおくと，$y=-x+k$ …… ①
これは傾き -1，y 切片 k の直線を表す。
この直線①が領域 D と共有点をもつときの k の値の最大値，最小値を求めればよい。
右図より
　直線①が点 $(3,\ 2)$ を通るとき，k の値が最大
　直線①が点 $(0,\ 0)$ を通るとき，k の値が最小
となる。
したがって，$x+y$ は
　$x=3$，$y=2$ のとき　最大値 $3+2=5$
　$x=0$，$y=0$ のとき　最小値 $0+0=0$
をとる。



練習

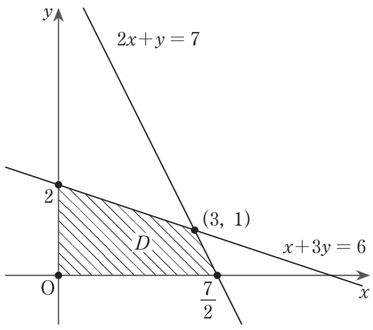
x，y が 4 つの不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+3y \leqq 6$，$2x+y \leqq 7$ を満たすとき，$3x+2y$ の最大値，最小値を求めよ。

与えられた連立不等式の表す領域 D は,

4 点 $(0,\ 0)$，$\left(\dfrac{7}{2},\ 0\right)$，$(3,\ 1)$，$(0,\ 2)$ を

頂点とする四角形の周および内部である。

したがって，領域 D は右図斜線部分(境界線を含む)。



$3x+2y=k$ とおくと，$y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{k}{2}$ …… ①

これは傾き $-\dfrac{3}{2}$，y 切片 $\dfrac{k}{2}$ の直線を表す。

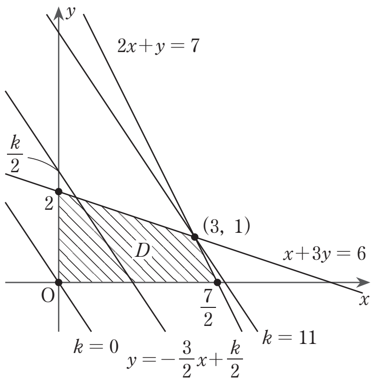
この直線①が領域 D と共有点をもつときの k の値の最大値，最小値を求めればよい。

右図より

直線①が点 $(3,\ 1)$ を通るとき，k の値が最大

直線①が点 $(0,\ 0)$ を通るとき，k の値が最小

となる。



したがって，$3x+2y$ は

$x=3$，$y=1$ のとき　最大値 $3\cdot3+2\cdot1=11$

$x=0$，$y=0$ のとき　最小値 $3\cdot0+2\cdot0=0$

をとる。

第７講　PART4 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：2，イ：1，ウ：4，エ：0，オ：0，カ：0

[解説]

与えられた連立不等式の表す領域 D は，4 点 $(0,\ 0)$，$\left(\frac{8}{3},\ 0\right)$，$(2,\ 1)$，$\left(0,\ \frac{9}{5}\right)$ を頂点とする四角形の周および内部であり，下の図の斜線部分(境界線を含む)となる。[A]

ここで，$x+2y=k$　とおくと　[A]

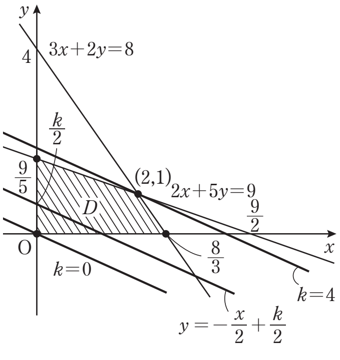
$$y=-\frac{x}{2}+\frac{k}{2}\quad\cdots\cdots①$$

これは傾き $-\frac{1}{2}$，y 切片 $\frac{k}{2}$ の直線を表す。$\frac{k}{2}$ が最大・最小となるとき，k も最大・最小となるから，直線①が領域 D と共有点をもつときの y 切片 $\frac{k}{2}$ が最大・最小となる x，y の値の組を考えればよい。

図より，直線①が点 $(2,\ 1)$ を通るとき，$\frac{k}{2}$ の値が最大，直線①が点 $(0,\ 0)$ を通るとき，$\frac{k}{2}$ の値が最小となる。[B]

したがって，$x+2y=k$ は　[A]

$\boldsymbol{x=2}$，$\boldsymbol{y=1}$ のとき
　最大値 $2+2\cdot1=4$
$\boldsymbol{x=0}$，$\boldsymbol{y=0}$ のとき
　最小値 $0+2\cdot0=0$
をとる。



[A]　領域と最大・最小
① 条件として与えられた不等式（連立不等式）の表す領域を図示する。
② 最大値，最小値を求めたい式を「$=k$」とおく。
③ ②の表す図形が，①の領域と共有点をもつときの k の最大値，最小値を求める。

[B]　直線 $y=-\frac{x}{2}+\frac{k}{2}$ の y 切片が最大または最小となるときの，直線が通る点を決める。